

---

# Computação Quântica

Luís Soares Barbosa

Mestrado em Engenharia Física  
Universidade do Minho

## Folha de Exercícios 2



---

### Questão 1

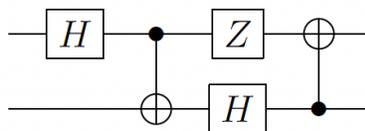
O algoritmo de Deutsch que estudou permite determinar a paridade de dois bits à partida desconhecidos ( $f(0)$  e  $f(1)$  para  $f : \mathbf{2} \rightarrow \mathbf{2}$ ), i.e., o valor da expressão  $f(0) \oplus f(1)$ , ou, equivalentemente, se o número de ocorrências de 1 é par ou ímpar.

Suponha que tem uma sequência de  $n$  bits  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_{n-1}$  e pretende determinar a respectiva paridade recorrendo ao algoritmo de Deutsch. Considere os casos em que  $n$  é par ou ímpar. Explique como o poderia fazer e indique quantas consultas à sequência seriam necessárias.

---

### Questão 2

Considere o seguinte circuito



1. Calcule a matriz  $U$  correspondente e mostre que é unitária.
2. Desenhe um circuito que corresponda a  $U^{-1}$ .

---

### Questão 3

1. Mostre que  $\{|++\rangle, |--\rangle, |+-\rangle, |-+\rangle\}$  é uma base para  $\mathcal{C} \otimes \mathcal{C}$  e calcule o efeito de  $H$  sobre estes vectores.
2. Explique por que razão

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{b_1, z_1 \in \mathbf{2}} (-1)^{b_1 z_1} |z_1\rangle \langle b_1|$$

- Qual a representação matricial de  $H \otimes H$ ?
- Calcule  $H \otimes H \otimes H |000\rangle$  e indique quais os possíveis resultados de uma medição do estado resultante e com que probabilidades.
- Mostre que

$$H^{\otimes n} |b\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \sum_{z \in 2^n} (-1)^{b \cdot z} |z\rangle$$

---

#### Questão 4

---

O primeiro qubit no estado obtido no final do circuito que implementa o algoritmo de Bernstein-Vazirani, antes de qualquer medição, é

$$\sum_{z \in 2^n} \sum_{z' \in 2^n} (-1)^{z \cdot (s \oplus z')} |z'\rangle$$

Suponha que  $n = 3$  e considere um valor  $z'$  tal que  $z' \neq s$  e  $z' \oplus s = 001$ . Mostre que a amplitude associada a  $|z'\rangle$  é 0.

---

#### Questão 5

---

Instancie o algoritmo de Deutsch-Jozsa para  $n = 3$  e analise o seu funcionamento.

---